

الدوال العددية: عموميات

عدد الساعات المقررة للانجاز :

المستوى: جدع مشترك علوم

إعداد الأستاذ: ربيع شقيقة

المكتسبات القبلية	التوجيهات التربوية	القدرات المنتظرة	أهداف الدرس
<ul style="list-style-type: none"> الدوال الخطية و تمثيلها المبياني الدوال التآلفية و تمثيلها المبياني إنشاء مستقيم معرف بمعادلته تحويل معطيات الجدول إلى مبيانات العمليات الحسابية على الأعداد الحقيقية المعادلات و المترجمات من الدرجة الأولى و الثانية تعميل ثلاثية الحدود و دراسة إشارتها 	<ul style="list-style-type: none"> لتقريب مفهوم الدالة و التمثيل المبياني لها يمكن الاستئناس في حدود الإمكان ببعض البرائم المعلوماتية التي تمكن من إنشاء منحنيات الدوال كما يمكن الانطلاق من وضعيات مختارة من الهندسة و الفيزياء و الاقتصاد و الحياة العامة. ينبغي تدريب التلاميذ على تريبض الوضعيات و حل مسائل متنوعة أثناء تناول القيم الدنيا و القيم القصوى لدالة. يمكن استعمال الآلة الحاسبة العلمية في تحديد الصور أو الآلة الحاسبة القابلة للبرمجة لإنشاء المنحنيات. يمكن اقتراح مسائل تؤدي إلى معادلات يصعب حلها جبريا و تحديد حلول مقربة لها مبيانيا. 	<ul style="list-style-type: none"> التعرف على المتغير و مجموعة تعريفه بالنسبة لدالة معرفة بجدول معطيات أو بمنحنى أو بصيغة. قراءة صورة عدد و تحديد عدد صورته معلومة من خلال التمثيل المبياني لدالة. استنتاج تغيرات دالة أو القيم القصوى و الدنيا انطلاقا من التمثيل المبياني. التعبير عن وضعيات مستقاة من الواقع أو من مواد أخرى باستعمال مفهوم الدالة. 	<ul style="list-style-type: none"> التعرف على دالة عددية و المصطلحات المرتبطة بها. تحديد مجموعة التعريف. حساب صور و سوابق عناصر بدالة عددية. معرفة تساوي دالتين. التعرف على التمثيل المبياني لدالة. دراسة زوجية دالة عددية و توظيفها في التمثيلات المبيانية. دراسة تغيرات دالة عددية- تحديد مطاريف دالة عددية.

I- دالة عددية لمتغير حقيقي

1- نشاط

2- تعاريف

3- تمارين تطبيقية

II- التمثيل المبياني لدالة عددية

1- نشاط

2- تعريف

III- تساوي دالتين

1- تعريف

2- تمرين تطبيقي

IV- الدالة الزوجية

1- نشاط

2- تعريف

3- تمرين تطبيقي

V- الدالة الفردية

1- نشاط

2- تعريف

3- تمرين تطبيقي

VI- تغيرات دالة عددية

1- تعاريف

2- تأويلات هندسية

3- معدل التغيرات-جدول التغيرات

4- الرتبة و زوجية دالة

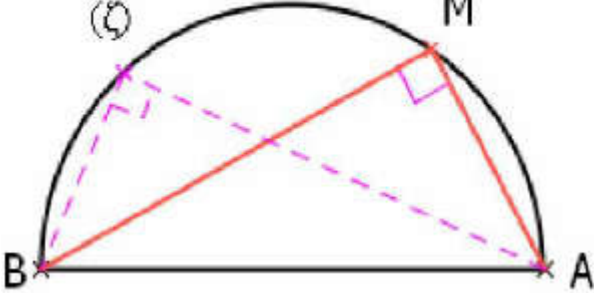
فقرات الدرس

VII- القيم القصوى و القيم الدنيا لدالة عددية على مجال

1- تعاريف

2- أمثلة

VIII- استعمال التمثيل المبياني لحل بعض المعادلات و المتراجحات

دور التلميذ	هدف المحتوى و دور الأستاذ	المدة الزمنية	المحتوى
<p>الإنجاز الفردي للنشاط 1 - الإجابة عن الأسئلة</p>	<p>ضبط المكتسبات</p> <p>--اقترح النشاط 1 وتصحيحه مع التركيز على هدف النشاط هو معرفة دالة لمتغير حقيقي و مجموعة تعريفها</p> <p>- طرح الأسئلة التالية:</p> <ul style="list-style-type: none"> • خاصية مبرهنة فيثاغورس • كيف تكون الأعداد داخل الجذر 	<p>2h</p>	<p>I- دالة عددية لمتغير حقيقي و مجموعة تعريفها</p> <p>1- نشاط</p> <p>على شكل أسفله، M نقطة تتغير على نصف دائرة قطرها $[AB]$ حيث $AB=2$. نضع $AM=x$ و $BM = f(x)$</p>  <p>(1) أكتب العلاقة التي تربط x بالعدد $f(x)$.</p> <p>(2) احسب المسافة BM في حالة $AM = \frac{3}{2}$.</p> <p>(3) ماهي الأعداد x التي لها صورة بالدالة f.</p> <p>2- تعاريف</p> <p>تعريف 1</p> <ul style="list-style-type: none"> • نسمي دالة عددية لمتغير حقيقي كل علاقة تربط كل عدد حقيقي x بعدد حقيقي وحيد على الأكثر، نرمز له بالرمز $f(x)$. • العدد الحقيقي $y = f(x)$ يسمى صورة العدد x بالدالة f و العنصر x يسمى سابق y. <p>تعريف 2</p> <p>لتكن f دالة عددية لمتغير حقيقي مجموعة الأعداد الحقيقية x التي لها صورة بالدالة f تسمى مجموعة التعريف الدالة f و نرمز لها</p>

<p>الإنتاج الفردي أو الجماعي للتطبيقات المقترحة. - التصحيح الذاتي - طرح التساؤلات - كتابة التصحيح على السبورة - تبليغ اقتراحاته والدفاع عنها - كتابة التصحيح على الدفتر</p>	<p>-كتابة تطبيقات على السبورة، - تكليف التلاميذ بالإنتاج، - تقديم التعليمات والتوجيهات - ضبط تصورات التلاميذ</p>		<p>بأحد الرمزين: D_f أو D و نكتب $x \in D_f \Leftrightarrow (x \in \mathbb{R} \text{ و } f(x) \in \mathbb{R})$ بمعنى $D_f = \{x \in \mathbb{R} / f(x) \in \mathbb{R}\}$ 3- تمارين تطبيقية تطبيق 1 لتكن f الدالة العددية للمتغير حقيقي و المعرفة على \mathbb{R} بما يلي: $f(x) = 2x^2 - 3$ (1) حدد صورة الأعداد الحقيقية 1 و -1 و 2 و $\sqrt{5}$ - (2) حدد سوابق الأعداد الحقيقية الآتية إذا وجدت بالدالة f : 5 و 0 و -4 تطبيق 2 حدد مجموعة التعريف الدالة f في كل حالة مما يلي: $f(x) = \frac{1}{x}$ (1) $f(x) = \sqrt{x}$ (2) $f(x) = \frac{1}{4-x}$ (3) $f(x) = \sqrt{3x+1}$ (4) $f(x) = 3x^2 + x + 1$ (5) $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x - 3}$ (6) $f(x) = \frac{2x-1}{(x-1)\sqrt{x}}$ (7)</p>
---	--	--	---

II- التمثيل المبياني لدالة عددية

- نشاط

المستوى (P) منسوب لمعلم $(O; \overset{P}{i}; \overset{P}{j})$.
لتكن f الدالة العددية على \mathbb{R} كما يلي:

$$f(x) = |x - 1| - 2|x|$$

- (1) أكتب $f(x)$ بدون استعمال رمز القيمة المطلقة.
- (2) أنشئ التمثيل المبياني (C_f) الدالة f .
- (3) حدد من بين النقط التالية تنتمي إلى (C_f)
 $A(2,3)$ $B(1,-2)$ $C(-2,-7)$
- (4) حدد النقطة (D) من (C_f) و التي أفصولها 5.
- (5) حدد النقطة E من (C_f) و التي أرتوبها -3.

2- تعريف

المستوى (P) منسوب لمعلم $(O; \overset{P}{i}; \overset{P}{j})$.
لتكن f الدالة العددية مجموعة تعريفها D_f
التمثيل المبياني للدالة f هو مجموعة النقط $M(x, y)$
من المستوى بحيث: بحيث: $x \in D_f$ و $y = f(x)$
و نكتب $(C_f) = M(x, y) / x \in D_f$ و $y = f(x)$.

III- تساوي دالتين

- تعريف

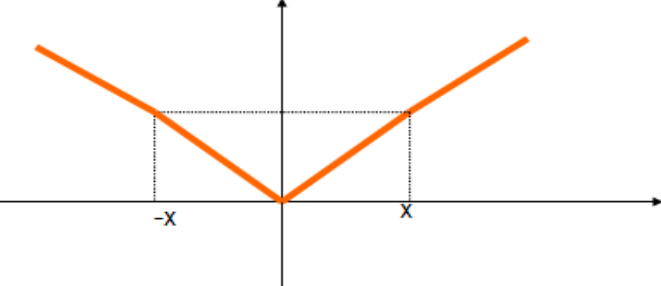
لتكن f و g دالتان عدديتان و D_f و D_g مجموعتي تعريفهما.
نقول إن الدالتين f و g متساويتان إذا كان:
• لهما نفس مجموعة التعريف $D_f = D_g$

30 min

الإنتاج الفردي للنشاط 1
- الإجابة عن الأسئلة

- اقترح النشاط 2 وتصحيحه مع التركيز على هدف النشاط هو معرفة التمثيل المبياني لدالة عددية - طرح الأسئلة التالية:
- كيف تكتب دالة خطية و تألفية
 - تمثيل دالة خطية و دالة تألفية

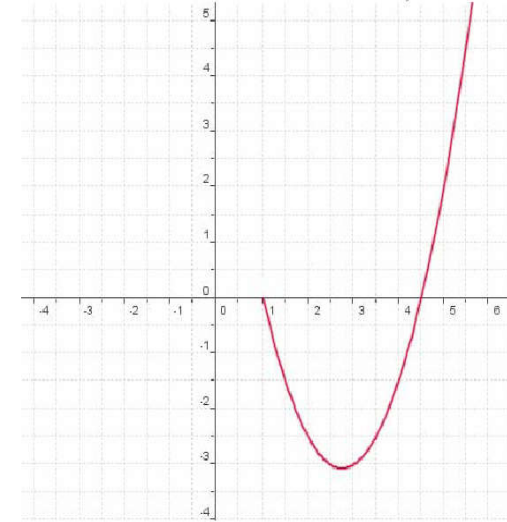
<p>- الإنجاز الفردي للتمرين</p>	<p>توظيف المفهوم، تساوي الدالتين</p>	<p>15min</p>	<p>• $f(x) = g(x)$ لكل x من D_f</p> <p>أمثلة</p> <p>(1) $f(x) = \sqrt{x^2}$ و $g(x) = x$ لدينا $D_f = \mathbb{R}$ و $D_g = \mathbb{R}$ و منه $D_f = D_g = \mathbb{R}$ لكل x من \mathbb{R} لدينا $f(x) = \sqrt{x^2} = x = g(x)$ إذن $f = g$</p> <p>(2) $f(x) = \frac{x^2 + x}{x}$ و $g(x) = x + 1$ لدينا $D_f = \mathbb{R}$ و $D_g = \mathbb{R}$ بما أن $D_f \neq D_g$ فإن الدالتين f و g غير متساويتين</p> <p>- تمرين تطبيقي</p> <p>نعتبر الدالتين f و g المعرفتين كالاتي $f(x) = \sqrt{x^3 + 2x^2}$ و $g(x) = x \sqrt{x+2}$ هل الدالتين f و g متساويتين؟</p> <p>IV- الدالة الزوجية</p> <p>تعريف</p> <p>لتكن f دالة عددية لمتغير حقيقي و D_f حيز تعريفها. نقول إن f دالة زوجية إذا تحقق الشرطان التاليان:</p> <ul style="list-style-type: none"> • لكل x من D_f $-x \in D_f$ • لكل x من D_f $f(-x) = f(x)$
---------------------------------	--------------------------------------	--------------	---

<p>- كتابة التصحيح على السبورة - تبليغ اقتراحاته والدفاع عنها - كتابة الملخصات على الدفتر</p>	<p>توظيف المفهوم دالة زوجية و تأويلها الهندسي و دالة فردية و تأويلها الهندسي</p>	<p>1h</p>	<p>تطبيق هل الدالة العددية f زوجية في الحالات التالية: $f(x) = x^3 + 1$ (1) $f(x) = -x - \frac{1}{x^2}$ (2) $\begin{cases} f(x) = 2x & 0 \leq x \leq 4 \\ f(x) = -2x & x \pi 0 \end{cases}$ (3)</p> <p>التأويل الهندسي f دالة زوجية و C_f منحناها في مستوى منسوب إلى معلم ممنظم $(O; i, j)$ لنكن $M(x; f(x))$ من C_f و $M'(-x; f(x))$ ممتثلتها بالنسبة لمحور الأرتيب و منه $M'(-x; f(x))$ بما أن f زوجية فان $-x \in D_f$ و $f(-x) = f(x)$ و منه $M'(-x; f(-x))$ و بالتالي $M' \in C_f$ إذن C_f ممتائل بالنسبة لمحور الأرتيب</p>  <p>خاصية لنكن f دالة عددية و C_f منحناها في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O; i, j)$</p>
---	--	-----------	---

تكون f دالة زوجية إذا وفقط إذا كان محور الأرتيب محور تماثل للمنحنى C_f

تطبيق

f دالة زوجية أتم المنحنى C_f



V- الدالة الفردية

تعريف

لتكن f دالة عددية لمتغير حقيقي و D_f حيز تعريفها.

نقول إن f دالة فردية إذا تحقق الشرطان التاليان:

- لكل x من D_f $-x \in D_f$
- لكل x من D_f $f(-x) = -f(x)$

تطبيق

هل الدالة العددية f فردية في الحالات التالية:

$$f(x) = \frac{1}{x^3} \quad (1)$$

$$f(x) = x^3 + 1 \quad (2)$$

$$\begin{cases} f(x) = -2x + 1 & 0 \leq x \leq 2 \\ f(x) = -2x - 1 & -2 \leq x < 0 \end{cases} \quad (3)$$

التأويل الهندسي

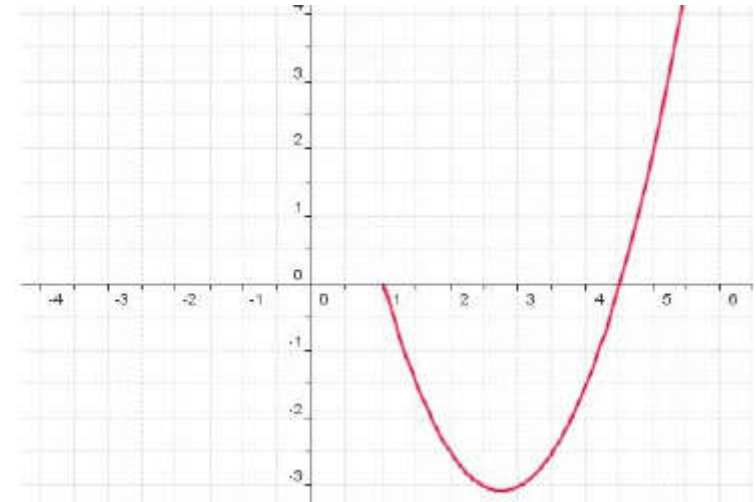
لتكن f دالة عددية و C_f منحناها في مستوى منسوب إلى معلم

متعامد منظم $(O; \vec{i}, \vec{j})$

تكون f دالة فردية إذا وفقط إذا كان المنحنى C_f متماثلاً بالنسبة للأصل المعلم.

تطبيق

f دالة فردية أتمم المنحنى C_f



VI- تغيرات دالة عددية

1- تعريف

تعريف 1

- نقول إن الدالة f تزايدية على مجال I إذا كان لكل عنصرين x_1 و x_2 من I بحيث $x_1 \pi x_2$ لدينا $f(x_1) \leq f(x_2)$.

- نقول إن الدالة f تزايدية قطعاً على مجال I إذا كان لكل عنصرين x_1 و x_2 من I بحيث $x_1 \pi x_2$ لدينا $f(x_1) \pi f(x_2)$.

مثال: ندرس تغيرات الدالة f بحيث $f(x) = 3x + 1$

تعريف 2

- نقول إن الدالة f تناقصية على مجال I إذا كان لكل عنصرين x_1 و x_2 من I بحيث $x_1 \pi x_2$ لدينا $f(x_1) \geq f(x_2)$.

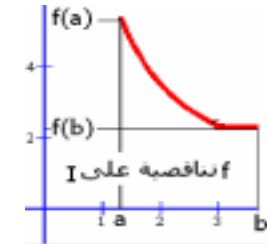
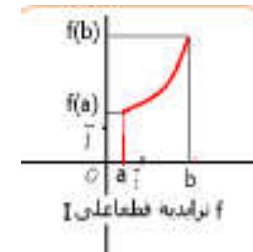
- نقول إن الدالة f تناقصية قطعاً على مجال I إذا كان لكل عنصرين x_1 و x_2 من I بحيث $x_1 \pi x_2$ لدينا $f(x_1) \phi f(x_2)$.

مثال: ندرس تغيرات الدالة f بحيث $f(x) = -2x - 1$

تعريف 3

- نقول إن الدالة f ثابتة على مجال I إذا كان لكل عنصرين x_1 و x_2 من I بحيث $x_1 \pi x_2$ لدينا $f(x_1) = f(x_2)$.

3- تأويلات الهندسية



تطبيق

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي: $f(x) = \frac{1}{x}$

- (1) أثبت أن الدالة f تناقصية قطعاً على المجال $I =]0, +\infty[$
 (2) أثبت أن الدالة f تناقصية قطعاً على المجال $I' =]-\infty, 0[$

3- الدالة الرتيبة

تعريف

لتكن f دالة عددية معرفة على المجال I
 -نقول إن الدالة f رتيبة قطعاً على المجال I إذا كانت تزايدية قطعاً أو
 تناقصية قطعاً على المجال I

مثال : $f(x) = x + 1$

4- معدل التغيرات-جدول التغيرات

أ- معدل تغيرات دالة

تعريف

لتكن f دالة عددية لمتغير حقيقي و x_1 و x_2 عنصران مختلفان من D_f

العدد الحقيقي $T = \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}$ يسمى بالمعدل تغير الدالة f بين x_1 و

x_2

مثال 1 : معدل تغيرات الدالة $f(x) = 3x + 4$

مثال 2 : معدل تغير الدالة $f(x) = 7x$

ب- تغيرات دالة و معدل التغير

تعريف

لتكن f دالة عددية

$T = \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}$ معدل تغيرها بين عنصرين مختلفين x_1 و x_2 من

مجال ضمن D_f

- إذا كان $T \neq 0$ فإن f تزايدية قطعاً على I .
 - إذا كان $T = 0$ فإن f تناقصية قطعاً على I .
 مثال: لندرس تغيرات الدالة $f(x) = 3x^2 + 5$ على \mathbb{R}

ج- الرتابة و زوجية دالة

تعريف

f دالة عددية مجموعة تعريفها D_f متماثلة بالنسبة للعدد 0.
 ليكن I مجالاً من \mathbb{R}^+ من D_f و I' مماثل I بالنسبة للعدد 0.

في حالة f زوجية لدينا:

- إذا كانت f تزايدية على I فإنها تناقصية على I'

- إذا كانت f تناقصية على I فإنها تزايدية على I'

في حالة f دالة فردية لدينا:

f لها نفس منحنى التغيرات على كل من I و I'

مثال: $f(x) = x^2 - 1$

VII- القيم القصوى و القيم الدنيا لدالة عددية على مجال

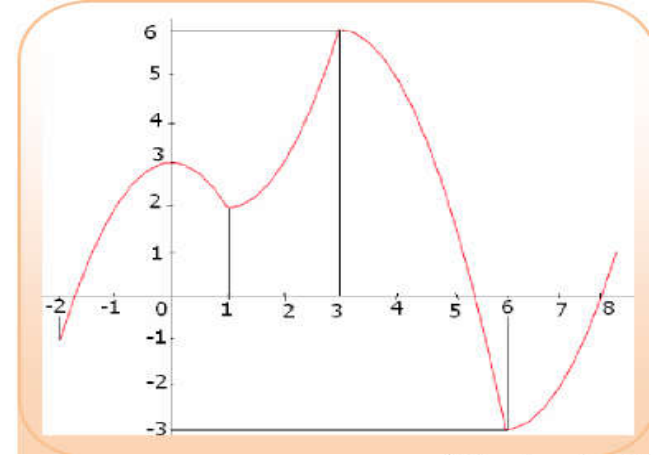
- تعريف

لتكن f دالة عددية و I مجالاً ضمن D_f و $a \in I$.

▪ نقول إن $f(a)$ هي القيمة القصوى للدالة f على I يعني $f(x) \leq f(a)$ لكل x من I

▪ نقول إن $f(a)$ هي القيمة الدنيا للدالة f على I يعني $f(x) \geq f(a)$ لكل x من I

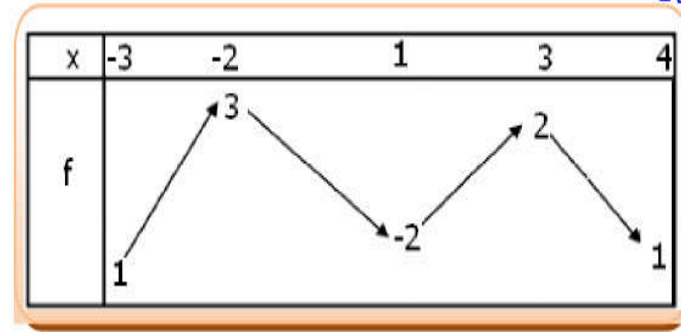
مثال



لاحظ المنحنى جانبه لدالة f :

- ◀ لدينا **القيمة القصوى** للدالة f على المجال $[-2; 8]$ هي $f(3) = 6$ و**القيمة الدنيا** للدالة f على المجال $[-2; 8]$ هي $f(6) = -3$.
- ◀ على المجال $[-2; 2]$ القيمة القصوى هي $f(0) = 3$ والقيمة الدنيا هي $f(-2) = -1$.
- ◀ على المجال $[2; 8]$ القيمة القصوى هي $f(3) = 6$ والقيمة الدنيا هي $f(6) = -3$.

مثال 2



- 3 هي القيمة القصوى للدالة f على المجال $[-3; 1]$
- -2 هي القيمة الدنيا للدالة f على المجال $[-2; 3]$
- 2 هي القيمة القصوى للدالة f على المجال $[1; 4]$

تطبيق

نعتبر الدالة f المعرفة بمايلي: $f(x) = x^2 - 2x - 1$
 أثبت أن الدالة f تقبل -2 كقيمة دنيا على \mathbb{R}

VIII - استعمال التمثيل المبياني لحل بعض المعادلات و المتراجحات